جبر بول $D(n)$

1) $n = p_1 p_2 \cdots p_n$; $p_i \neq p_j$ $\Leftrightarrow$ $D(n)$ هي شبكة توزيعية متممة

2) $n = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdots p_n$; $\alpha_1, \alpha_2 \geq 2$ $\Leftrightarrow$ $D(n)$ شبكة توزيعية غير متممة

- إن $D(n)$ هي شبكة بول $\Leftrightarrow$ n/x ، x أوليان نسبياً في $x \in D(n)$ "أوليان فيما بينهما"
- إذا كان x ، n/x

$n = b.p^2$

أي أن n يقبل القسمة على مربع العدد الأول p وبالعكس إذا كان يوجد عدد أولي مربعه p يقسم العدد n فإن p ، n/p غير أوليين نسبياً
- إن $D(n)$ هي شبكة بول إذا وفقط إذا كان :
n لا يقبل القسمة على مربع عدد أولي.
أي أن n هو من الشكل: $n = p_1 p_2 \ldots p_r$
حيث $p_i \neq p_j$ ، p_i عدد أولي
فإذا توفر هذا الشرط على العدد n وعرفنا على $D(n)$ العمليتين الثنائيتين $(+)$ ، $(\cdot)$ كما يلي : بالإضافة للعملية الأحادية

$x + y = gcd[lcm(x, y), lcm(n/x, n/y)]$

$= (x \vee y) \wedge (x \wedge y)' = (x \vee y) \wedge (x' \vee y')$

$x.y = gcd(x, y)$

$x' = n/x$

فإن $(D(n), +, \cdot, ', 0, 1)$ تشكل جبراً بوليانيا